



## Bestimme Kern und Bild

Bestimme Dimension  
und Basis von Bild und Kern



Unterstütze die Videos auf

Steady

(Zeilenstufenform!)

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 1 & 1 \\ 8 & 4 & 17 & 11 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{\text{II}-2\text{I} \\ \text{III}-4\text{I}}} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & -5 & -3 \\ 0 & 0 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{III}'+\text{II}'} \begin{pmatrix} \boxed{2} & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & \boxed{-5} & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = A'$$

$\uparrow$                        $\uparrow$   
 Freie Variablen:  $x_2, x_4$

Dimensionen in Zeilenstufenform ablesen:

$$\dim(\text{Kern}(A)) = 2$$

$$\dim(\text{Bild}(A)) = 2$$

Eine Basis des Bildes von  $A$  ist:  $B = \left( \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 17 \end{pmatrix} \right)$

Eine Basis des Kernes von  $A$  ist:  $\tilde{B} = \left( \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -6 \\ 10 \end{pmatrix} \right)$

Zweite Zeile:  $-5x_3 - 3x_4 = 0 \Rightarrow x_3 = -\frac{3}{5}x_4$

Erste Zeile:  $2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{1}{2}x_2 - \frac{1}{10}x_4$

$$\text{Kern}(A) = \left\{ \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}x_2 - \frac{1}{10}x_4 \\ x_2 \\ -\frac{3}{5}x_4 \\ x_4 \end{pmatrix} \mid x_2, x_4 \in \mathbb{R} \right\}$$

$$= \left\{ x_2 \cdot \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x_4 \cdot \begin{pmatrix} -\frac{1}{10} \\ 0 \\ -\frac{3}{5} \\ 1 \end{pmatrix} \mid x_2, x_4 \in \mathbb{R} \right\}$$