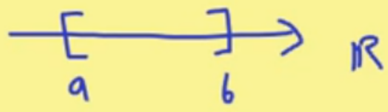
The Bright Side of Mathematics

Maßtheorie – Teil 1

Maß der Teilmenge?



Länge: $b-a$

verschiedene Längenbegriffe

X Menge

$\mathcal{P}(X)$ Potenzmengen

Beispiel: $X = \{a, b\}$, $\mathcal{P}(X) = \{\emptyset, X, \{a\}, \{b\}\}$

Def.: $\mathcal{A} \subseteq \mathcal{P}(X)$ heißt σ-Algebra, wenn gilt:

(a) $\emptyset, X \in \mathcal{A}$

(b) $A \in \mathcal{A} \Rightarrow A^c := X \setminus A \in \mathcal{A}$

(c) $A_i \in \mathcal{A}$ für $i \in \mathbb{N} \Rightarrow \bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \in \mathcal{A}$

$A \in \mathcal{A}$ heißt dann eine ($\mathcal{A}$-)messbare Teilmenge von X.

Beispiele: (1) $\mathcal{A} = \{\emptyset, X\}$

(2) $\mathcal{A} = \mathcal{P}(X)$

Definition: $(X, \mathcal{A})$ heißt messbarer Raum.

$$\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i = \underbrace{\Big(\underbrace{\bigcup_{i=1}^{\infty} \underbrace{A_i^c}_{\in \mathcal{A} \text{ nach (b)}}}_{\in \mathcal{A} \text{ nach (c)}} \Big)^c}_{\in \mathcal{A} \text{ nach (b)}}$$